Algebra Development 4.1 (KEY)
Algebra 2

Simplify the following expressions.

1) $(\frac{32}{12})^2$ $= \left(\frac{8}{3}\right)^2$ $= \frac{64}{9}$

2) $(\frac{38}{19})^3$ $= 2^3$ $= 8$

3) $\sqrt{\frac{12}{75}}$ $= \left(\frac{4}{25}\right)$ $= \frac{2}{5}$

4) $\sqrt[3]{\frac{24}{3}}$ $= \sqrt[3]{8}$ $= 2$

5) $\sqrt{\frac{4}{3}}$ $= \frac{2}{\sqrt{3}} \bullet \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{9}}$ $= \frac{2\sqrt{3}}{3}$

6) $\sqrt{\frac{100}{54}}$ $= \sqrt{\frac{50}{27}} = \sqrt{\frac{25 \bullet 2}{9 \bullet 3}}$ $= \frac{5\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \bullet \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{6}}{3\sqrt{9}}$ $= \frac{5\sqrt{6}}{9}$

7) $\sqrt[3]{\frac{64}{3}}$ $= \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{4}{\sqrt[3]{3}} \bullet \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{9}}$ $= \frac{4\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{27}}$ $= \frac{4\sqrt[3]{9}}{3}$

8) $\sqrt[3]{\frac{9}{48}}$ $= \sqrt[3]{\frac{3}{16}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{8 \bullet 2}}$ $= \frac{\sqrt[3]{3}}{2\sqrt[3]{2}} \bullet \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{12}}{2\sqrt[3]{8}}$ $= \frac{\sqrt[3]{12}}{4}$

Simplify.

9) $\sqrt{-19}$ $= \sqrt{19(-1)}$ $= i\sqrt{19}$

10) $\sqrt{-96}$ $= \sqrt{16 \bullet 6(-1)}$ $= 4i\sqrt{6}$

11) $\sqrt[3]{-27}$ $= -3$

12) $\sqrt{-a^4 b}$ $= ia^2\sqrt{b}$

13) $\sqrt{-108c^3 d^6}$ $= \sqrt{36 \bullet 3 \bullet c^2 \bullet c \bullet d^6 (-1)}$ $= 6icd^3\sqrt{3c}$

Identify the sets of complex numbers to which each of the following belongs.

14) 7 + 2i — C, Imag, N.P.

15) -4 + 0i — C, R, Q, Z

16) -6i — C, Imag., P

17) 0 + 0i — C, R, Q, Z, W

18) 0 + 10i — C, Imag., P

19) What are the two facts you must remember when working with imaginary numbers?

1) $\sqrt{-1} = i$

2) $i^2 = -1$

Simplify.

20) $3 + 10i + 6i + 15$ $= 18 + 16i$

21) $(13 + i) + (7 - 12i)$ $= 20 - 11i$

22) $7i(2)$ $=14i$

23) $3i(5i)$ $= 15i^2$ $= - 15$

24) $12(4 + 5i)$ $= 48 + 60i$

25) $4i(9 + 2i)$

$= 36i + 8i^2$

$= 36i + 8(-1)$

$= - 8 + 36i$

26) $6i(3 - 7i)$

$= 18i - 42i^2$

$= 18i - 42(-1)$

$= 42 + 18i$

27) $3(11i + 6i^2)$

$= 33i + 18i^2$

$= 33i + 18(-1)$

$= - 18 + 33i$

28) $(2 + 3i)(4 + 5i)$

$= 8 + 10i + 12i + 15i^2$

$= 8 + 22i + 15(-1)$

$= 8 + 22i - 15$

$= -7 + 22i$

29) $(9 + 4i)(6 - 5i)$

$= 54 - 45i + 24i - 20i^2$

$= 54 - 21i - 20(-1)$

$= 54 - 21i + 20$

$= 74 - 21i$

30) $\dfrac{5}{8i}$

$= \dfrac{5}{8i}\cdot\dfrac{i}{i} = \dfrac{5i}{8i^2}$

$= \dfrac{5i}{8(-1)}$

$= -\dfrac{5i}{8}$

31) $\dfrac{16}{-11i}$

$= \dfrac{16}{-11i}\cdot\dfrac{i}{i} = \dfrac{16i}{-11(i^2)}$

$= \dfrac{16i}{-11(-1)}$

$= \dfrac{16i}{11}$

32) $\dfrac{7i}{4i}$

$= \dfrac{7i}{4i}\cdot\dfrac{i}{i} = \dfrac{7i^2}{4i^2}$

$= \dfrac{7(-1)}{4(-1)} = \dfrac{-7}{-4}$

$= \dfrac{7}{4}$

33) $\dfrac{4}{i}$

$= \dfrac{4}{i}\cdot\dfrac{i}{i} = \dfrac{4i}{i^2}$

$= \dfrac{4i}{(-1)}$

$= -4i$

34) $\dfrac{5+2i}{9i}$

$= \dfrac{(5+2i)}{9i}\cdot\dfrac{i}{i} = \dfrac{5i+2i^2}{9i^2}$

$= \dfrac{5i+2(-1)}{9(-1)}$

$= \dfrac{-2+5i}{-9}$

35) $\dfrac{8-15i}{2i}$

$= \dfrac{(8-15i)}{2i}\cdot\dfrac{i}{i}$

$= \dfrac{8i-15i^2}{2i^2}$

$= \dfrac{8i-15(-1)}{2(-1)}$

$= \dfrac{15+8i}{-2}$

36) $\dfrac{14}{2+5i}$

$= \dfrac{14}{2+5i}\cdot\dfrac{2-5i}{2-5i}$

$= \dfrac{28-70i}{4-10i+10i-25i^2}$

$= \dfrac{28-70i}{4-25(-1)}$

$= \dfrac{28-70i}{29}$

37) $\dfrac{9i}{8-i}$

$= \dfrac{9i}{8-i}\cdot\dfrac{8+i}{8+i}$

$= \dfrac{72i+9i^2}{64+8i-8i-i^2}$

$= \dfrac{72i+9(-1)}{64-(-1)}$

$= \dfrac{-9+72i}{65}$

38) $\dfrac{-7+6i}{4-3i}$

$= \dfrac{-7+6i}{4-3i}\cdot\dfrac{4+3i}{4+3i}$

$= \dfrac{-28-21i+24i+18i^2}{16+12i-12i-9i^2}$

$= \dfrac{-28+3i+18(-1)}{16-9(-1)}$

$= \dfrac{-46+3i}{25}$

39) $\dfrac{-3-8i}{7+i}$

$= \dfrac{-29-53i}{50}$

Simplify.

40) i $= \sqrt{-1}$

41) i^2 $= -1$

42) i^3 $= -i$

43) i^4 $= 1$

44) i^5 $= i$

45) i^6 $= -1$

46) i^7 $= -i$

47) i^8 $= 1$

48) i^9 $= i$

49) i^{10} $= -1$

50) i^{11} $= -i$

51) i^{12} $= 1$

52) i^{13} $= i$

53) i^{14} $= -1$

54) i^{15} $= -i$

55) i^{16} $= 1$

56) i^{17} $= i$

57) i^{18} $= -1$

58) i^{19} $= -i$

59) i^{20} $= 1$

60) i^{33}

33/ 4

= 8 R. 1

$= i$

61) i^{40}

40/ 4

= 10 R. 0

$= 1$

62) i^{50}

50/ 4

=12 R. 2

$= -1$

63) i^{57}

57/ 4

= 14 R. 1

$= i$